ΔΙΩΝΥΜΙΚΕΣ Τ.Μ

1) Έστω ότι ρίχνονται 5 ιδανικά νομίσματα. Αν τα αποτελέσματα θεωρηθούν ανεξάρτητα τότε να βρείτε τη συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας του πλήθους των κορωνών που θα προκύψουν.

ΛΥΣΗ

Προφανώς, $X \equiv$ πλήθος κορωνών (επιτυχιών)

Πρόκειται για μια διωνυμική κατανομή
διότι

Δ1) 5 επαναλήψεις.
Δ2) 2 δυνατά αποτελέσματα (Κ ή Γ)
Δ3) Ανεξάρτητα αποτελέσματα.
Δ4) Η πιθανότητα μένει αμετάβλητη.

$$\Rightarrow X \sim B\left(n=5,\ p=P(K)=\frac{1}{2}\right)$$

Άρα, αφού $p_X(x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x} \Rightarrow$

$$\Rightarrow p_X(x) = \binom{5}{x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-x} \quad (*)$$

$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

- $P(X=0) = p_X(0) = \binom{5}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = \frac{1}{32}$
- $P(X=1) = p_X(1) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{32}$
- $P(X=2) = p_X(2) = \binom{5}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{10}{32}$
- $P(X=3) = p_X(3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{32}$
- $P(X=4) = p_X(4) = \binom{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{5}{32}$.
- $P(X=5) = p_X(5) = \binom{5}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{32}$

2) Μια εταιρεία παράγει βίδες. Η πιθανότητα αυτές να είναι ελαττωματικές είναι ίση με 0,01 ανεξάρτητα η μια από την άλλη. Η εταιρεία πουλάει τις βίδες σε συσκευασίες των 10 και προσφέρει εγγύηση επιστροφής χρημάτων αν το πολύ 1 από τις 10 είναι ελαττωματική τι ποσοστό πουλημένων συσκευασιών πρέπει να αντικαταστήσει;

ΛΥΣΗ

Έστω $X \equiv$ πλήθος ελαττωματικών βιδών σε μια συσκευασία

Πρόκειται για μια διωνυμική τ.μ. με παραμέτρους

$n = 10$ και $p = \frac{1}{100} = P(\text{ελαττωματική})$

Ενώ, $f_X(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}$, με $q = 1-p$.

Άρα, $f_X(0) = P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot (0{,}01)^0 \cdot (0{,}99)^{10}$

$f_X(1) = P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot (0{,}01)^1 \cdot (0{,}99)^9$

Συνεπώς,

$P(\text{συσκευασιών που θα αντικατασταθούν}) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 0{,}004$

άρα το $0{,}4\%$ πρέπει να αντικατασταθεί